

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR

• Bu sınav 20 adet çoktan seçmeli ve 3 adet klasik sorudan oluşmakta ve 120' şer dakikalık iki kısımdan oluşmaktadır. İlk 120 dakika test aşaması, ikinci 120 dakika ise klasik sorular aşaması için belirlenmiştir. Sınavın test aşaması bitmesinin hemen ardına klasik soruların olduğu ikinci aşamaya GEÇİLMEYECEKTİR.

• Sınavın test kısmında her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.

• Test sınavında her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir. Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır. Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.

• Test sınavında her net 3 puan, klasik sınavında her soru 10 puan değerindedir. Sınav ilk aşamada 60 ikinci aşamada 30 olmak üzere toplam 90 puan üzerinde olacaktır.

• Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi vb., kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz. Ayrıca size verilen karalama kağıtlarını da kullanabilirsiniz.

• Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. materyaller istemeleri yasaktır. Yalnızca klasik sınavın ilk 15 dakikasında özel durumlarda sorular alınabilir.

• Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı Boğaziçi Üniversitesi Matematik Topluluğu internet sayfasında (<https://bounmathsociety.com>) yayınlandıktan sonra 10 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, info@bounmathsociety.com mail adresine başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.

• Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.

• Sınav başladıktan sonraki ilk 90 dakika içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.

• Sınav süresince öğrenci belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.

• Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

1) Her n pozitif tam sayısı için $\frac{1+f(n)}{1+n}$ ve $\sqrt{n^2 + f(n)}$ değerlerinin her ikisi de tam sayı olacak şekilde kaç tane $f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ fonksiyonu vardır?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 8 E) Hiçbiri

2) $m(\widehat{A}) = 60^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $m(\widehat{C}) = 80^\circ$ olan bir ABC üçgeninde, D ve E noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerindedir. $[DE]$ doğru parçası üzerindeki X noktalarından $m(\widehat{XBD}) + m(\widehat{XCE})$ 'nin en büyük değerini aldığı bir noktaya T diyelim. BT ve AC doğruları Q noktasında, CT ve AB doğruları da P noktasında kesişiyor ve B, C, P ve Q noktaları çemberdeğ ise, BC ve DE doğruları arasındaki küçük açı kaç derecedir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

3) $x + \sqrt{5}$ ve $x^3 + 8\sqrt{5}$ i aynı anda rasyonel yapan kaç x reel sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) Sonsuz E) Hiçbiri

4) Bir erkek ve bir kızdan oluşan ikişer kişilik iki takım halinde oynanan bir oyun için, 7 erkek ve 7 kızdan oluşan bir arkadaş grubunda her erkek - kız ikilisi başka her bir erkek - kız ikilisiyle en fazla bir maç yapmışsa, yapılan toplam maç sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) 588 B) 882 C) 1176 D) 1764 E) Hiçbiri

5) $n^5 - n^4 + 2n^2 - 2n + 1$ sayısının bir asal sayının tam kuvvetine eşit olmasını sağlayan kaç tane n tam sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

6) $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$ olan ABC üçgeninde $[AB]$ üzerinde alınan K ve L noktaları için $m(\widehat{ACK}) = m(\widehat{BCL}) = 10^\circ$ ise, $\frac{|AK|}{|BL|}$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) Hiçbiri

7) x, y, z pozitif reel sayılar olmak üzere, $\frac{x^2+4y^2+45z^2}{xz+yz}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) Hiçbiri

8) $A = \{1, 2, \dots, 7\}$ olmak üzere, tüm birebir $f : A \rightarrow A$ fonksiyonları ve her $a \in A$ için $f^n(a) = a$ eşitliği sağlanıyorsa, n 'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?
 $(f^n(a) = \underbrace{f(f(\dots(f(a))))}_{ntane})$

- A) 6 B) 7 C) 60 D) 7! E) Hiçbiri

9) Bir n pozitif tam sayısının en küçük 4 pozitif böleninin kareleri toplamı kendisine eşittir. n ' in rakamları toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

10) Yarıçapı 45 olan O merkezli bir çembere dışındaki bir A noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları P ve Q olsun. Çemberin dışındaki bir B noktası için, $|BO| = 85$ tir. B ' den $[PQ]$ ' ya çizilen paralelin $[AP]$ ve $[AQ]$ ile kesişim noktaları sırasıyla X ve Y olsun. $|AB| = 20\sqrt{13}$ $|AP| = 60$ ise, $|XY|$ kaçtır?

- A) 36 B) 30 C) $10\sqrt{13}$ D) $17\sqrt{13}$ E) Hiçbiri

11) Kenar uzunlukları $x^3 - 22x^2 + 139x - 191 = 0$ denkleminin farklı kökleri olan üçgenin alanı nedir?

- A) $\sqrt{89} - 1$ B) $\sqrt{85}$ C) 9 D) $\sqrt{77}$ E) Hiçbiri

12) Koordinat düzleminde kafes noktaları üzerinde seyahate çıkan bir çekirge başlangıçta $(1, 1)$ noktasındadır. Çekirge herhangi bir adımda (a, b) noktasında ise, bir sonraki adımında $(2a, b)$ veya $(a, 2b)$ noktasına sıçrayabilir. Ayrıca, $a < b$ ise $(a, b - a)$ ve $a > b$ ise $(a - b, b)$ noktalarına sıçrayabiliyor. Çekirge aşağıdaki noktalardan hangisine ulaşamaz? ((a, b) kafes noktasıdır eğer a ve b değerleri tam sayı ise)

- A) (1993, 2017) B) (1008, 2016) C) (2016, 2000)
D) (2014, 2016) E) Hiçbiri

13) Aşağıdaki asal sayılardan hangisi için $n|p - 4$ ve $p|n^3 + 8$ koşullarını sağlayan bir n tam sayısı bulunabilir?

- A) 109 B) 991 C) 1051 D) 1447 E) 1627

14) Köşegenleri E noktasında kesişen ABCD teğetler dörtgeninin iç teğet çemberinin $[AD]$ 'ye değme noktası F olsun. $|BC| = 4$, $|AF| = 6$, $|FD| = 3$ ve $\frac{A(BEC)}{A(AED)} = \frac{5}{24}$ ise, $\frac{A(ABE)}{A(CED)}$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{13}{3}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{7}{6}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{10}{3}$

15) $P(x) = 4x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 4x + \alpha$ polinomunun en az bir gerçel kökü varsa α reel sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) $\frac{23}{32}$ B) 4 C) 1 D) $\frac{31}{64}$ E) Hiçbiri

16) Kelimeleri sadece t ve r harflerinden oluşan bir dilde her kelime en az bir, en fazla on bir harflidir. Bu dilde yer alan kelimelerden iki tanesi boşluksuz yazıldığında elde edilen kelime bu dile ait değil ise, bu dilde en fazla kaç kelime vardır?

- A) 3968 B) 3969 C) 4033 D) 4064 E) Hiçbiri

17) Kaç tane n pozitif tam sayısı için $(x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1)$ polinomu $(x^{n^2+2016} + x^{n^2+2015} + \dots + x^{n^2})$ polinomunu böler?

- A) 0 B) 1 C) 2016 D) 2017 E) Hiçbiri

18) $|AB| = 14$, $|AC| = 30$, $|BC| = 40$ olan ABC üçgeninde $D \in [AB]$ olmak üzere $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD})$ ' dir. $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?

- A) 22,5 B) 30 C) 45 D) 67,5 E) 75

19) $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{50}{a_n}$ olan (a_n) dizisi için, a_1 ' in kaç farklı reel sayı değerinde, tüm $n \geq 1$ tam sayıları için $\frac{5}{a_n-10}$ tam sayı olur?

- A) 2 B) 4 C) 9 D) 18 E) Hiçbiri

20) $13|ab - (c+d)e$ şartını sağlayan ve $0 \leq a, b, c, d, e < 13$ olan kaç farklı (a, b, c, d, e) tam sayı beşlisi vardır?

- A) 28561 B) 30420 C) 30589 D) 32461 E) 32617