

1) $|AB| = |AC|$ olan bir ABC üçgeninde $[BC]$ kenarının orta noktasına D diyelim. $[AC]$ ışınının $[AC]$ dışında kalan kısmı üzerinde alınan bir K noktası için, KD ve AB doğrularının kesişim noktası L , AD ve LC doğrularının kesişim noktası da M olsun. $[AM]$ üzerindeki bir P noktası $\frac{|AP|}{|PM|} = 2\frac{|AK|}{|CK|} + 1$ şartını sağlamaktadır. L' 'nin P' 'ye göre simetriği S noktası ise, DC doğrusunun \widehat{SDK} açısının açıortayı olduğunu gösteriniz.

2) $n \geq 3$ ve k pozitif tam sayılar olmak üzere, n^k kişinin yaşadığı bir şehirde herkesin bu şehirde yaşayan tam olarak $2k$ tane arkadaşı vardır ve arkadaşlıklar karşılıklıdır. Telefon kullanımına yakın zamanda başlanacak olan bu şehirde $0, 1, \dots, n^k - 1$ sayılarının n tabanındaki yazılışları, k haneli telefon numaraları olarak, herkese tam olarak bir tane numara verilecek ve herhangi iki kişiye verilen numaralar birbirinden farklı olacak şekilde şehirde yaşayanlara dağıtılacaktır. Birisi hariç bütün basamaklardaki rakamları aynı olan ve farklılık bulunan basamaktaki rakamların farkının n 'ye bölümünden kalan 1 veya $n - 1$ olan iki numara için, bu numaraların verildiği kişiler birbiriyle indirimli olarak konuşabilecektir. Şehirde yaşayan insanlar arasındaki arkadaşlıklar herkesin tam olarak $2k$ arkadaşı olacak şekilde nasıl kurulmuş olursa olsun, telefon numaralarının insanlara herkes bütün arkadaşlarıyla indirimli konuşabilecek şekilde dağıtılabileceği tüm (n, k) ikililerini bulunuz.

3) p bir tek asal sayı olmak üzere, $p \mid x^2 - dy^2$, $p \nmid xy$ şartlarını sağlayan x ve y tam sayılarının bulunabilmesini sağlayan d tam sayılarına p modunda güzel sayı diyelim. p modunda güzel sayı olan bir d sayısı ve bir s tam sayısı için, $d + s$ sayısı p modunda güzel sayı değilse, d 'ye p modunda s tipi güzel sayı diyelim. $\{1, 2, 3, \dots, p - 1\}$ kümesinin p modunda s tipi güzel sayı olan elemanlarının sayısını $f(p, s)$ ile gösterelim. Bütün p tek asal sayıları ve s tam sayıları için $f(p, s)$ 'yi hesaplayınız.